



TITLE:

弱いカイラル対称性と拡張された共変微分 (幾何学的力学系理論とその周辺)

AUTHOR(S):

曾我見, 郁夫

CITATION:

曾我見, 郁夫. 弱いカイラル対称性と拡張された共変微分 (幾何学的力学系理論とその周辺). 数理解析研究所講究録 2002, 1260: 193-200

ISSUE DATE:

2002-04

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/41991>

RIGHT:

弱いカイラル対称性と拡張された共変微分

京都産業大学・理学部 曾我見 郁夫 (Ikuko Sogami)
Department of Physics, Kyoto Sangyo University

1 はじめに

素粒子の標準モデルは、二つの顔を持っている。一つは、量子場の理論の繰り込み可能な計算の枠組みという鋭角的な相貌である。即ち、重力の高次量子補正を除くすべての場の相互作用が引き起こす過程に関して、この形式の枠内で任意の散乱振幅が原理的には計算可能となる。この計算可能性の背景には、相互作用の満たす局所ゲージ不変性という“幾何学的原理”が存在する。もう一つの顔は、存在論としての素粒子論に関わる些か茫洋とした風貌である。標準モデルのこの側面には、「ゲージ対称群と結びつく縦の構造」と「世代の繰り返しに関わる横の構造」が複雑に絡み合っている。

これらの二つの顔の内、前者の計算可能性に関しては、標準モデルは確立されたものと見なすことができる。つまり、与えられた Lagrangian に基づき計算を実行する課題は、一応の解決を見ているのである。しかし、後者の存在論に絡む側面は、未解決な部分が大きい。つまり、Lagrangian を如何に構成するかは未解決の課題である。

存在の階層を深める試みで、歴史的に最も成功を収めた方法は「複合モデル」であり、続いて近年は「対称性を拡張する群論的手法」が威力を発揮してきた。現在、注目を浴びているのは、素粒子の所属性を時空構造に還元する手法である。

この報告では、標準モデルの有効性は実証されたものとして、その構造の内部関係を分析する方法について述べる。つまり、フェルミオン場のラグランジュ密度 \mathcal{L}_f とボーズ場のラグランジュ密度 \mathcal{L}_b の関連を調べる。これは、Connes によって口火を切られた研究 [1] であり、ゲージ場とヒッグス場の統一を目指す理論でもある。

ここでは、まず非自明な簡略モデルを用いて共変微分の拡張と弱いカイラル対称性について議論をする。その後で、標準モデルで問題点を論じる。特に、重要なのは、標準モデルに於いて既存のゲージ場が「新たに導入される弱い局所カイラル対称性に伴うゲージ場の役割」も果たす事である。

2 簡略化されたモデル

簡単ではあるが非自明のモデル系として、電磁場 $A_\mu(x)$ およびスカラー場 $\phi(x)$ と相互作用するカイラルフェルミオン場 $\psi_L(x)$, $\psi_R(x)$ を考察しよう。系のラグランジアン密度は

$$\mathcal{L}_f = : \sum_{h=L,R} \bar{\psi}_h i \gamma^\mu (\partial_\mu - ie A_\mu) \psi_h + (a \bar{\psi}_L \psi_R + a^* \bar{\psi}_R \psi_L) \phi : \quad (1)$$

と与えられる。ここで、 e は素電荷であり a と a^* は湯川結合定数である。カイラル成分場から成る 2 段のスピンール場

$$\Psi(x) = \begin{pmatrix} \psi_L(x) \\ \psi_R(x) \end{pmatrix} \quad (2)$$

を導入する。標準モデルでは、全てのフェルミオンのカイラル成分場を含めて、多層のスピンール場を構成する。そこで、この $\Psi(x)$ を全フェルミオン場と呼ぶことにする。

全フェルミオン場 $\Psi(x)$ に作用する一般化された共変微分 (GCD)、 \mathcal{D}_μ 、は、ラグランジアン密度 \mathcal{L}_f が

$$\mathcal{L}_f = : \bar{\Psi} i \gamma^\mu \mathcal{D}_\mu \Psi : = - : \text{Tr} \{ [\gamma^\mu \mathcal{D}_\mu \Psi(x)] \bar{\Psi}(x) \} : \quad (3)$$

の如く因数分解されるという要請から決定する。ここで、 Tr は 8×8 行列に関してトレースを取ることを意味する。この方法の要点は、共変微分がディラック行列 γ_μ を含み

$$\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu - \frac{i}{4} \gamma_\mu \{ \text{Higgs field} \} \quad (4)$$

なる形を取ることである。しかし、 \mathcal{D}_μ の具体的な形は、一意的には定まらない。 \mathcal{D}_μ をカイラル成分に関してブロック行列に分かつと、 γ_μ 部分を対角成分に置く可能性と非対角部分に置く可能性がある。前者の場合には、全フェルミオン場が満たす $\Psi(x)$ 恒等関係

$$\bar{\Psi} \Psi = \bar{\Psi} \gamma_5 \Psi = 0 \quad (5)$$

から、共変微分は任意の定数を含む剰余の自由度を持つことが分かる。

3 弱カイラル代数と弱カイラル位相変換

ディラック場のカイラル射影行列 L および R を成分とする演算子

$$\varpi = \begin{pmatrix} 0 & L \\ R & 0 \end{pmatrix}, \quad \varpi^\dagger = \begin{pmatrix} 0 & R \\ L & 0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

を導入しよう。これらは関係式

$$\varpi \varpi^\dagger + \varpi^\dagger \varpi = I, \quad \varpi^2 = \varpi^{\dagger 2} = 0 \quad (7)$$

を満たす。ここで、 I は 8×8 の単位行列である。これらの演算子 ϖ と ϖ^\dagger の積

$$\mathcal{P} = \varpi \varpi^\dagger = \begin{pmatrix} L & 0 \\ 0 & R \end{pmatrix}, \quad \overline{\mathcal{P}} = \varpi^\dagger \varpi = \begin{pmatrix} R & 0 \\ 0 & L \end{pmatrix} \quad (8)$$

は、関係式

$$\mathcal{P}^2 = \mathcal{P}, \quad \overline{\mathcal{P}}^2 = \overline{\mathcal{P}}, \quad \mathcal{P} \overline{\mathcal{P}} = \overline{\mathcal{P}} \mathcal{P} = 0, \quad \mathcal{P} + \overline{\mathcal{P}} = I \quad (9)$$

を満たす一般化された射影演算子である。そこで、これらの演算子で作られる代数

$$\mathcal{A}_{\text{ch}} = \{c_1 \Gamma_1 \varpi + c_2 \Gamma_2 \varpi^\dagger + c_3 \Gamma_3 \varpi^\dagger \varpi + c_4 \Gamma_4 \varpi \varpi^\dagger\} \quad (10)$$

を導入する。 c_i は任意の複素数で、 $\Gamma_i (i = 1, \dots, 5)$ はディラック代数 $\{I, \gamma_\mu, \sigma_{\mu\nu}, \gamma_5 \gamma_\mu, \gamma_5\}$ の任意の元である。行列 γ_μ とカイラル射影演算子 L および R の非可換性から、次の重要な関係が成り立つ：

$$\gamma_\mu \varpi = \varpi^\dagger \gamma_\mu, \quad \gamma_\mu \varpi^\dagger = \varpi \gamma_\mu; \quad \gamma_\mu \mathcal{P} = \overline{\mathcal{P}} \gamma_\mu, \quad \gamma_\mu \overline{\mathcal{P}} = \mathcal{P} \gamma_\mu. \quad (11)$$

通常の場合の理論では、ディラック場 $\psi(x) = \psi_L(x) + \psi_R(x)$ に対するカイラル変換は

$$\psi(x) \rightarrow e^{i\theta \gamma_5} \psi(x) = e^{-i\theta} \psi_L(x) + e^{i\theta} \psi_R(x) \quad (12)$$

と定義される。この変換の下で、ベクトル量 $\bar{\psi}(x) \gamma_\mu \psi(x)$ は不変であるのに対して、スカラー量 $\bar{\psi}(x) \psi(x)$ は不変でない。つまり、この通常のカイラル変換は、ディラック場から構成されるベクトル量とスカラー量を区別する。

この論文の目的は、代数 \mathcal{A}_{ch} 上で、ゲージ場と共にスカラー場を含む共変微分を構成することにある。そのためには、ディラック場から成るベクトル量とスカラー量を共に不変にする弱いカイラル変換を導入することが望ましい。そのような弱いカイラル変換として

$$U(\theta) = e^{i\theta \mathcal{P}} = \overline{\mathcal{P}} + e^{i\theta} \mathcal{P} \quad (13)$$

を定義する。この $U(\theta)$ の作用で、全フェルミオン場は

$$\Psi(x) \rightarrow U(\theta) \Psi(x) = e^{i\theta} \Psi(x) \quad (14)$$

と変換され、ベクトル量 $\overline{\Psi}(x) \gamma_\mu \Psi(x)$ とスカラー量 $\overline{\Psi}(x) \Psi(x) (= 0)$ は共に不変である。この変換群を弱カイラル位相群 $\mathcal{U}_{\text{wch}} = \{U(\theta)\}$ と名付ける。

4 一般化された共変微分と統一曲率テンソル

弱カイラル位相変換の下で、代数 \mathcal{A}_{ch} の元 $\gamma_\mu \varpi$ および $\gamma_\mu \varpi^\dagger$ は不変である。即ち

$$U^\dagger(\theta) \gamma_\mu \varpi U(\theta) = \gamma_\mu \overline{U}(\theta) \varpi U(\theta) = \gamma_\mu \varpi U^\dagger(\theta) U(\theta) = \gamma_\mu \varpi \quad (15)$$

および

$$U^\dagger(\theta) \gamma_\mu \varpi^\dagger U(\theta) = \gamma_\mu \overline{U}(\theta) \varpi^\dagger U(\theta) = \gamma_\mu \varpi^\dagger U^\dagger(\theta) U(\theta) = \gamma_\mu \varpi^\dagger \quad (16)$$

が成立する。変換 $U(\theta)$ は γ_5 , L および R と可換であるが、 γ_μ とは可換でない。

ここで、一般化された共変微分はカイラル位相変換の下で不変であると要請する。この基本要請を満たす最も一般的な共変微分は

$$D_\mu = [\partial_\mu - ie A_\mu(x)] I - \frac{i}{4} \gamma_\mu \left\{ (aR + a^* L) \phi(x) \varpi^\dagger + [(b + b_5 \gamma_5) \phi(x) + (c + c_5 \gamma_5)] \varpi \right\} \quad (17)$$

と与えられる。ここで、 b, b_5, c, c_5 を任意の実数である。容易に示されるように、この共変微分 \mathcal{D}_μ は弱カイラル変換 $U(\theta)$ の下で

$$U^\dagger(\theta)\mathcal{D}_\mu U(\theta) = \mathcal{D}_\mu, \quad \bar{U}(\theta)\gamma_\mu \mathcal{D}_\nu U(\theta) = \gamma_\mu \mathcal{D}_\nu \quad (18)$$

の如く不変である。

演算子 ϖ と ϖ^\dagger は全フェルミオン場に対して

$$\varpi\Psi(x) = 0, \quad \varpi^\dagger\Psi(x) = \Psi(x)_{\psi_L \leftrightarrow \psi_R} = \begin{pmatrix} \psi_R(x) \\ \psi_L(x) \end{pmatrix} \quad (19)$$

のように作用する。これをまとめると、次の表のようになる。

表： ϖ と ϖ^\dagger の作用

	ϖ^\dagger	ϖ^\dagger
Ψ	$\rightarrow \varpi^\dagger\Psi$	$\rightarrow 0$
ϖ	ϖ	
$0 \leftarrow \Psi$	$\leftarrow \varpi^\dagger\Psi$	

このため、共変微分 \mathcal{D}_μ の中で、 ϖ^\dagger と ϖ は生成演算子と消滅演算子のように作用する。 $\varpi^\dagger\phi(x)$ 項は、基底状態 $\Psi(x)$ を励起状態 $\varpi^\dagger\Psi(x)$ に接続すると共にヒッグス場との相互作用を引き起こす。他方、 ϖ 項は、基底状態 $\Psi(x)$ を消滅させるように作用するため、フェルミオン場に対しては効果を及ぼさない剰余項となる。しかし、以下に見るように、この ϖ 項は場の強度テンソルには効果を与える。

このように弱カイラル不変な共変微分が構成されると、ゲージ場とスカラー場の統一曲率テンソル (統一された場の強度) $\mathcal{F}_{\mu\nu}$ が一般的な幾何学の手法にしたがって、交換子

$$[\mathcal{D}_\mu, \mathcal{D}_\nu] = -i\rho\mathcal{F}_{\mu\nu} \quad (20)$$

によって定義される。ここで、 ρ はボーズ場の運動項部分の規格化から定まる実数である。交換関係の計算の結果、曲率テンソルは

$$\begin{aligned} \rho\mathcal{F}_{\mu\nu} = & eF_{\mu\nu}I - \frac{1}{4}[(aL + a^*R)\varpi + (b - b_5\gamma_5)\varpi^\dagger](\gamma_\mu\partial_\nu\phi - \gamma_\nu\partial_\mu\phi) \\ & - \frac{1}{8}\sigma_{\mu\nu}\{ |a|^2\phi^2\mathcal{P} + [(b\phi + c)^2 - (b_5\phi + c_5)^2]\overline{\mathcal{P}} \} \end{aligned} \quad (21)$$

となる。ここで、 $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ は通常のゲージ場の曲率テンソルである。このゲージ場とスカラー場を共に含む統一曲率テンソルは、通常のゲージ場の曲率テンソルの自然な拡張になっている。

5 ボーズ場のラグランジアン密度

(20) 式での構成から明らかな如く、統一曲率テンソル $\mathcal{F}_{\mu\nu}$ は弱カイラル位相変換の下で不変である。即ち

$$U^\dagger(\theta)\mathcal{F}_{\mu\nu}U(\theta) = \mathcal{F}_{\mu\nu} \quad (22)$$

この弱カイラル不変な曲率テンソルから、**ヤン・ミルズ型の不変汎関数**を作ることによって、理論に登場するすべてのボーズ場に対するラグランジュ密度が構成される。そのような作用の中で、最も簡単な選択は

$$\mathcal{L}_b = -\frac{1}{32}\text{Tr}(\gamma_5\mathcal{F}_{\mu\nu}\gamma_5\mathcal{F}^{\mu\nu}) \quad (23)$$

である。ここで γ_5 は、スカラー場の運動項に正しい符号を与えるために必要となる。また、フェルミオン場のラグランジュ密度を与える (3) 式の右辺と同様に、 8×8 行列に関するトレースを取ると、ボーズ場のラグランジュ密度は

$$\mathcal{L}_b = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - V_{\text{Higgs}} \quad (24)$$

となる。 V_{Higgs} はヒッグスポテンシャル

$$V_{\text{Higgs}} = \frac{1}{4}\lambda \frac{1}{|a|^4 + (b^2 - b_5^2)^2} \left\{ |a|^4\phi^4 + [(b\phi + c)^2 - (b_5\phi + c_5)^2]^2 \right\} \quad (25)$$

であり、スカラー場の自己相互作用の強さ λ は

$$\lambda = \frac{|a|^4 + (b^2 - b_5^2)^2}{|a|^2 + (b^2 - b_5^2)} \quad (26)$$

である。ただしここで、 \mathcal{L}_b の中のゲージ場とスカラー場の運動項が規格化されるためには、パラメーター ρ と共変微分に含まれる定数 a, b, b_5 および e の間に関係式

$$\rho^2 = e^2 \quad (27)$$

および

$$|a|^2 + (b^2 - b_5^2) = \frac{32}{3}e^2 \quad (28)$$

が成立しなければならない。

(25) 式のヒッグスポテンシャルで、 ϕ^4 相互作用の係数は自然に正に固定されている。このポテンシャルは、 $\phi \leftrightarrow -\phi$ 変換の下で一般的には不変でない。この不変性は、付加的な条件 $bc = b_5c_5$ を課すことで実現される。この $\phi \leftrightarrow -\phi$ 対象なモデルでは

$$(b^2 - b_5^2)(c^2 - c_5^2) = -(bc_5)^2 \left[1 - \left(\frac{b_5}{b} \right)^2 \right]^2 \leq 0 \quad (29)$$

が成り立ち、ヒッグスポテンシャルの ϕ^2 項の係数が正になることがない。従って、 $b^2 \neq b_5^2$ であれば、ヒッグス機構が必然的に働くことになる。

関係式 (26)～(28) は、ボーズ場に対するラグランジュ密度 \mathcal{L}_b として、(23) 式の最も簡単なヤン・ミルズ型の汎関数を選んだ結果である。(26) 式と (28) 式から、 $(b^2 - b_5^2)$ を消去すると、ゲージ相互作用・湯川相互作用・スカラー場の自己相互作用の結合定数 (e, a, λ) の間の関係式

$$\frac{3}{32}e^2\lambda = \left[|a|^4 + \left(\frac{32}{3}e^2 - |a|^2 \right)^2 \right] \quad (30)$$

が得られる。類似の関係式は、Connes-Lott [2] や現著者 [3, 4] 等によって求められている。

(30) 式は、裸の結合定数の間の関係であることに注意しよう。高次の量子補正に対して、この関係式が保持される保証はない。この種の関係式に物理的な意味を持たせる一つの解釈が、Alvarez et al. [5] によって提唱されている。その方法では、「ゲージ相互作用とスカラー相互作用が統一される或る高エネルギースケールでの“初期条件として” 予言式 (30) が成り立ち、それより低いエネルギー領域では結合定数は繰り込み群方程式に従う」、と要請する。

ローレンツ共変なディラック行列の組の中で、弱いカイラル位相変換の下で不変なものは $\Gamma_S = I, \Gamma_T = \sigma_{\mu\nu}$ および $\Gamma_P = \gamma_5$ の 3 組に限られる。即ち

$$U^\dagger(\theta)\Gamma_\alpha U(\theta) = \Gamma_\alpha \quad (\alpha = S, T, P), \quad U^\dagger(\theta)\Gamma_\alpha U(\theta) \neq \Gamma_\alpha \quad (\alpha = V, A) \quad (31)$$

従って、ローレンツ群、ゲージ群 $U(1)$ および弱カイラル位相群 $\mathcal{U}_{\text{wh}} = \{U(\theta)\}$ の下で不変な最も一般的なヤン・ミルズ型のボーズ場のラグランジュ密度は

$$\mathcal{L}_b = -\frac{1}{32} \sum_{\alpha=S,T,P} C_\alpha \text{Tr}(\Gamma_\alpha \mathcal{F}_{\mu\nu} \Gamma_\alpha \mathcal{F}^{\mu\nu}) \quad (32)$$

と与えられる。ここで、 C_α ($\alpha = S, P, T$) は未知定数である。この場合、スカラー場の自己相互作用の結合定数は

$$\lambda = \frac{C_P + C_S - C_T}{C_P - C_S} \frac{|a|^4 + (b^2 - b_5^2)^2}{|a|^2 + (b^2 - b_5^2)} \quad (33)$$

となる。また、運動項の規格化条件は

$$\rho^2 = (C_P + C_S + 12C_T)e^2 \quad (34)$$

および

$$|a|^2 + (b^2 - b_5^2) = \frac{32}{3} \frac{C_P + C_S + 12C_T}{C_P - C_S} e^2 \quad (35)$$

となる。従って、定数 C_α ($\alpha = S, P, T$) の任意性によって、(30) のような結合定数の間の関係は存在せず、通常の意味での繰り込み可能性が保証される。

6 議論

ここまでの記述では、弱カイラル位相変換は、破れのない大域的対称群 U_{wch} として扱われた。ここでは、この U_{wch} 群が新たなゲージ場を導入することなく局所化されることを示す。

時空点 x に依存する弱カイラル位相変換 $U(\theta(x)) = e^{i\theta(x)\mathcal{P}}$ が局所群を構成する。(14)式から明らかなように、弱カイラル位相変換は全フェルミオン場に対して通常の位相変換と同じ働きをする。そこで、この局所変換 $U(\theta(x))$ の下で、全フェルミオン場 $\Psi(x)$ と内部対称群 $U(1)$ のゲージ場 $A_\mu(x)$ は

$$\Psi(x) \rightarrow \Psi'(x) = U(\theta(x))\Psi(x) = e^{i\theta(x)}\Psi(x) \quad (36)$$

および

$$\begin{aligned} eA_\mu(x) \rightarrow eA'_\mu(x) &= U(\theta(x))eA_\mu(x)U^\dagger(\theta(x)) + iU(\theta(x))\partial_\mu U^\dagger(\theta(x)) \\ &= eA_\mu(x) + \mathcal{P}\partial_\mu\theta(x) \end{aligned} \quad (37)$$

のように変換すると要請することができる。

弱カイラル位相変換は、全フェルミオン場に関しては電磁場のゲージ変換と一致するため、弱カイラル局所変換の下でのラグランジュ密度 \mathcal{L}_f の不変性は自然に保証されている。弱カイラル局所変換の下で、一般化された共変微分は

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_\mu \rightarrow \mathcal{D}'_\mu &= [\partial_\mu - ieA'_\mu(x)]I \\ &\quad - \frac{i}{4}\gamma_\mu \left\{ (aR + a^*L)\phi(x)\varpi^\dagger + [(b + b_5\gamma_5)\phi(x) + (c + c_5\gamma_5)]\varpi \right\} \\ &= U(\theta(x))\mathcal{D}_\mu U^\dagger(\theta(x)) \end{aligned} \quad (38)$$

の如く変換される。これから、統一された場の強度の共変性

$$\mathcal{F}_{\mu\nu} \rightarrow \mathcal{F}'_{\mu\nu} = U(\theta(x))\mathcal{F}_{\mu\nu}U^\dagger(\theta(x)) \quad (39)$$

が導かれる。その結果、弱カイラル局所位相変換の下で、ボーズ場のラグランジュ密度 \mathcal{L}_b が不変であることが保証されるのである。

新しいゲージ場を導入することなく弱カイラル対称群を局所化する方法は、様々な内部対称性をもつ系に適用することができる。ただし、系のヒッグス構造に応じて、一般化された共変微分の構造が厳しい制限を受けることに注意しなければならない。

例えば、標準モデルでは、電弱 $SU_L(2)$ 対称性により、ヒッグス場は電弱二重項となる。そのため、標準モデルの一般化された共変微分は、ヒッグス場を伴わない定数項を含むことはできない。簡略化されたモデルで、(17)式の共変微分が定数 c と c_5 を含んだのは、このモデルの特殊性である。これらに相当する定数を含むことは、標準モデルの一般化された共変微分では許されない。そのため、統一曲率テンソルはヒッグス場の一次項を持たず、ヤン・ミルズ型のラグランジュ密度はヒッグス場の二次項を含むことができない。これはヒッグス機構が禁じられることを意味する。

この困難を回避してボーズ場のラグランジュ密度を構成するためには、ヤン・ミルズ型作用の拡張が不可避となる。その最も簡単な拡張は、統一曲率テンソルを一次で含む作用汎関数

$$\mathrm{Tr}(\mathcal{F}_{\mu\nu}\sigma^{\mu\nu}) \quad (40)$$

を、通常の二次の作用に付加することである。この付加的な作用は、ヒッグス場の成分のみを含むことに注意しよう。純ゲージ場に対しては消滅するという意味で、これはヤン・ミルズ作用汎関数の自然な拡張になっている。

弱カイラル位相変換は、全フェルミオン場に対して通常の位相変換と全く同じ働きをする。そのため、この位相変換は、フェルミオン場のラグランジュ密度 \mathcal{L}_f のレベルでは隠されていた対称性であった。これは、新しいゲージ場を導入することなく弱カイラル対称群を局所化できたことと密接に関係しており、その結果、新しい自由度を持ち込むことなくボーズ場のラグランジュ密度 \mathcal{L}_b を構成することが可能となる。

Connes は [1]、ヒッグス場を含むディラック演算子に幾何学的解釈を施すために、ミンコフスキー時空 M_4 の不連続な拡張された時空 $M_4 \times Z_2$ への拡張を試みた。それに対して、我々の理論は時空概念の変更を行うことなく共変微分の概念を拡張し、フェルミオン場のカイラル構造の変化 (場の励起: $\Psi(x) \rightarrow \omega^\dagger \Psi(x)$) を引き起こすものとしてヒッグス場を導入した。我々の理論を Conne の形式に結び付けることによって、幾何学的解釈を深める可能性は残されている。しかし、それは将来の課題として、ここでは論じない。

参考文献

- [1] A. Connes, Pub. Math. IHES **62** (1985), 41; *Noncommutative Geometry* (Academic Press, London, 1994) and references therein.
- [2] A. Connes and J. Lott, Nucl. Phys. Proc. Supp. **B18** (1990), 295.
- [3] I. S. Sogami, Prog. Theor. Phys. **94** (1995), 117; **95** (1996), 637. K. Morita, Prog. Theor. Phys. **94** (1995), 125. E. Umezawa, Prog. Theor. Phys. **98** (1997), 1997.
- [4] I. S. Sogami, H. Tanaka and T. Shirafuji, Prog. Theor. Phys. **102** (1999), 903. H. Tanaka and I. S. Sogami, Prog. Theor. Phys. **103** (2000), 621.
- [5] E. Alvarez, J. M. Gracia-Bondia and C. P. Martin, Phys. Lett. **B306** (1993), 55; **B329** (1994), 259. T. Shinohara, K. Nishida, H. Tanaka and I. S. Sogami, Prog. Theor. Phys. **96** (1996), 1179.
- [6] I. S. Sogami, Prog. Theor. Phys. **105** (2001), 483.